الديداكتيك
(الفصل الأول و الثاني)

ذ. محمد الطالبي / ذ. محمد طلبي

المركز الجهوي لمهن التربية والتكوين لجهة الشرق

2020-2021

المحتويات I

الإبستمولوجيا والديداكتيك I

تساءلت الباحثة أرتيـــج (M. Artigue [1946-..]) في [2] عن الحاجيــات الإبستمولوجيـة للديداكتيـك أي
الحاجيــات المصوغة بلغة السيرورات التي من خلالها تبنى وتتطور المفاهيم الرياضية، وبصفة عامة حول المعارف وخاصيات النشاط الرياضي كأدوات للتعليم. كما أثارت مفهوم التحليل الإبستمولوجي الذي يساعد الديداكتيكي على قراءة تاريخ ونشأة المفهوم والتمثلات الإبستيمولوجية للرياضيات ونقلها ديداكتيكيا. وبشكل أدق فالتحليل الإبستمولوجي للرياضيات الناتجة عن التعليم، كما يساعده على إعطاء تاريخ لمفاهيم رياضية، مثلا: "الصرامة الرياضية" من أجل تأسيس صرامة خالصة للرياضيات، تطرقت أرتيج إلى مفهوم الصرامة في عالم الرياضيات وأكدت أنها مشفرة بمدخل عالم الهندسة والبرهانِ، والمرجع الضمني أو الصريح للهندسة اللاتينية المرتبطة بهذه التمثلات تتدخل من أجل تمرير وتقوية هذا الربط بالصرامة خارج الزمن. وقد بينت باربين (E. Barbin [1949-..])، في [8]، بوضوح تقدم الصرامة بدلالة الوقت، وارتباطها بمجال الرياضيات وبمستوى بلورة الكائنات التي تستعملها.

II الإبستمولوجيا والديداكتيك

أما حساب التفاضل والتكامل (Calcul infinitésimal) والذي له معنى في علاقته بالمجال، فقد بدأ تطوره إنطلاقا من القرن الخامس عشر خاصة في علاقته بطريقة غيرالقابل للتجزيء (Indivisibles)، طريقة الكميات المتناهية الصغر (Infiniment petit) وطريقة المتواليات (Séries). وطبيعة الطريقة وقدرتها على التلاؤم من أجل حل عدد كبير (صنف) من المسائل والمنتوجات المرتبطة بها هي محددات أساسية للمصادقة عليها.

كما أضاف شوفلار (Y. Chevallard [1946-..]) إلى قاموس ديداكتيك الرياضيات مفهوم "النقل الديداكتيكي"، وللإشارة فإن هذا المفهوم قد أثير من قبل من طرف فيري (M. Verret) في [58].

في هذا الإطار، فإن تدخل التحليل الإبستمولوجي أساسي نظرا للمساعدة التي يقدمها والتي تتجلى في إماطة الغموض الذي يشوب شفافية الكائنات التي نتناولها على مستوى المعرفة وتساعد الديداكتيكي من إخراج تمثلات إبستمولوجية خاطئة (زائفة) التي تؤدي إلى التشويش على ممارسته التعليمية، وبتعبير آخر أخذ قياس للفارق بين المعرفة العالمة والمعرفة المدرسية.

إن المهام الموكلة للديداكتيكي تتجلى في بناء المعارف الرياضية في وسط مختار لهذا الغرض مكون من أشخاص، وسائل،...، في هذا الإتجاه فهو يواجه مسائل للبلورة و تحليل نشأة المعرفة. إن الشروط التي

الإبستمولوجيا والديداكتيك *III*

تقود هذه النشأة ليست متطابقة مع تلك التي قادت النشأة التاريخية، لكن هذه الأخيرة، حسب أرتيج، تبقى للديداكتيكي، على الأقل، مرسى للتحليل الديداكتيكي.

إن الإبستمولوجيا تتدخل على أعلى مستوى، لأن تعلم الرياضيات لا يقتصر فقط على تقديم معارف رياضية، بل أعم من ذلك فهو ثقافة ويهدف إلى إدخال التلاميذ إلى عالم الرياضيات. فماهو عالم الرياضيات؟ وماهي السيرورات العامة التي تقود الفكر؟ إنها التحليل الإبستمولوجي، فهو المسؤول عن هذه الأسئلة. ترسل إلى الديداكتيك عدد من الأسئلة العامة والأساسية من أجل تيسير إنتاج هندسة ديداكتيكية، فمثلا تحليل التعليم الإعتيادي يتم بالإجابة عن الأسئلة التالية:

- ◁ ماذا ننقل في تعليم مكونات هذه الثقافة وعلاقاتها الداخلية؟
- ◁ هل هناك نقل أدنى أو مجموعة نقل أدنى يجب احترامه من أجل الحفاظ على طبيعة هذه الثقافة؟
- ◁ هل هذا ممكن؟ بأية شروط؟
- ◁ على ماذا يرتكز هذا النقل؟
- ◁ ما هي الآثار المواكبة له؟

IV الإبستمولوجيا والديداكتيك

في هذا التصور فإن عمل الديداكتيكي لا يقتصر فقط على إدماج هذه التساؤلات ذات الطبيعة الإبستمولوجية لنشاطه بل هو مطالب أيضا ببناء الإطار النظري الذي يسمح له بالعمل حول هذه التساؤلات ورسملة المكتسبات الديداكتيكية.
وقد أولت أرتيج إهتماما بالغا للعائق الإبستمولوجي، حيث قالت إن نظريات الوضعيات الديداكتيكية التي أنتجها بروسو والمفهوم "أداة-موضوع" ولعبة الإطارات اللذين تطرقت لهما دوادي (R. Douady) ومفهوم الوضعية الديداكتيكية عند أليبرت، لوكران وريشارد (D. Alibert, M. Le-grand et F. Richard) تلعب دورا محوريا في بناء التعلمات و القراءة الصحيحة للمعطيات الإبستمولوجية برمتها سواء ذات طبيعة تاريخية أو ثقافية وتحليلها إبستيمولوجيا. لكن من منظورها إذا طلب من الديداكتيكي في وقت وجيز تحديد بصمة الإبستمولوجيا على الديداكتيك فأول شيء يروج بذهنه ليست نظريات الوضعيات ولا جدلية الأداة و الموضوع، فهذه أدوات داخلية للديداكتيك و غير مرئية، بل كلمة العائق المصاحبة للذهن (حسب باشلار) لأن حول مفهوم العائق الإبستمولوجي يرتكز وضوح الإبستمولوجيا في الديداكتيك.

العائق الإبستمولوجي I

قدم الفيلسوف والإبستمولوجي باشلار (G. Bachelard) في [6] سنة 1938، مفهوم العائق الإبستمولوجي وتطرق في [6, ص. 13] إلى أنه لبحث الشروط السيكولوجية لتطور المعرفة، يجب طرح إشكالية المعرفة العلمية بلغة العائق، وأضاف أنه لا يتعلق الأمر باعتبار عوائق خارجية مثل التعقيد، ضعف المعنى، الضعف الذهني، لكن في هذا المضمار، نبين أسباب الجمود (stagnation) والقصور (inértie) والتي أطلق عليها العوائق الإبستمولوجية.
كما أضاف أن المعرفة الحقيقية ليست دائما ما نتوقعه ولكن بالرجوع إلى ماضي الخطإ نجد الحقيقة، وبناؤها يتم على غرار المعارف السابقة، بهدم تلك المعارف غيرالمبنية بشكل جيد وذلك بإثارة الأسباب والعراقيل وتعديلها.
لقد تطرق باشلار إلى أصناف كثيرة من العوائق نذكر منها: عائق التجربة الأولى، عائق المعرفة العامة، العائق الشفاهي، عائق المبالغة في استعمال صور مألوفة، عائق المعرفة النفعية، عائق النهج الموضوعي، العائق الواقعي، العائق الديني وعائق المعرفة الكمية...

العائق الإبستمولوجي II

ولابد من الإشارة أن باشلار قد أبعد صراحة الرياضيات من هذا السياق، حيث نجد في [6, ص. 22] " تاريخ الرياضيات هو نمط ذو انتظام يثير الإعجاب، فهو يعرف مراحل للوقوف ولم يعرف مراحل للخطأ. إذن فجميع أطروحات هذا الكتاب لا تخص المعرفة الرياضية فهي تعالج المعرفة بصفة عامة. "
ويبقى أول نص ديداكتيكي أثار مفهوم العائق الإبستمولوجي في الرياضيات، حسب آرتيج (M. Artigue) هو الذي قدمه بروسو (G. Brousseau) سنة 1976 في [14]. حيث ارتأى خاصة في مفهوم العائق الإبستمولوجي الوسيلة التي يمكن من خلالها تغيير حالة الخطإ (وضع الخطإ) بالبرهان على أن: الخطأ والرسوب ليس لهما الدور المختصر الذي نريد لهما أن يلعباه في بعض الحالات. فالخطأ حسب بروسو ليس دائما أثرا للجهل، لعدم الدقة أو للعشوائية التي نعتقدها من خلال نظريات تجريبية أو سلوكات التعلم، لكنه أثر لمعرفة سابقة كانت قد قدمت دورها بنجاح لكنها أصبحت الآن خاطئة أو باختصار غير ملائمة.

العائق الإبستمولوجي III

الأخطاء من هذا النوع ليست غير منتظمة وغير مرئية، فهي مكونة من عوائق، فهي في عمل الأستاذ، بدل عند التلميذ، مكون لمعنى المعرفة المكتسبة. وقد فصل بروسو بين ثلاثة مرجعيات أساسية للعوائق (مصادر) التي تعترضنا في تدريس الرياضيات:

- ◁ مصدر نمائي ويخص العوائق التي لها علاقة بحدود وقدرة التلميذ الذهنية على استقبال المعرفة؛
- ◁ مصدر ديداكتيكي ويرتبط بعوائق ناتجة عن اختيار النظام التعليمي؛
- ◁ مصدر إبستمولوجي ويخص العوائق المرتبطة بالمقاومة للمعرفة غير الملائمة (mal adapté) أي العوائق من منظور باشلار.

كما ركز أيضا على أهمية التحليل الابستمولوجي للديداكتيكي وتحديد العوائق التي تسمح بتصنيف الصعوبات الاعتيادية التي تعترض تعلم مفهوم ما، ففي نظره هذا الأمر لا مفر منه لأنه مكون أساسي لتطوير المعرفة. ومن أجل تسليط الضوء على هذا التنظير، ضرب بروسو المثل بالأعداد العشرية وحدد عائقا إبستمولوجيا أساسيا: "هو الذي يسعى إلى معالجة الأعداد العشرية كأعداد صحيحة بفاصلة"،

العائق الإبستمولوجي IV

وعائقين إبستمولوجيين يتمثلان في مشكل تقابل بالنسبة للضرب، وبناء كأداة لتقريب من جهة، وتمثل الأعداد الجذرية والعشرية على أساس أنها خارج وأنها دالة خطية على من جهة ثانية.
وقد اعتبر كلايزر (G. Glaeser [1918–2002]) في [34]، العوائق الإبستمولوجية التي لها علاقة بتاريخ المفهوم والتطور المفاهيمي للأعداد السالبة، حيث استعمل الكلمات عوائق (obstacles)، صعوبات (difficultés)، أعراض (symptômes)، وعتبة (seuil). كما أن تحليله للنص التاريخي قاده إلى رصد عدة عوائق في تاريخ الأعداد السالبة صنفها إلى عوائق خاصة بفهم مقنع لخاصية الإشارة وخاصيات "زائفة" في حسابيات ديوفانت (Diophante). ثم قام بجردها كما يلي:

- عدم القدرة على تناول كميات سالبة معزولة؛
- صعوبة إعطاء معنى لكميات سالبة معزولة؛
- صعوبة جمع المستقيم العددي الذي يتجلى في جعل المستقيم كجمع (superposition) نصفي مستقيمين متقابلين؛
- الغموض المطلق للصفرين (الصفر الأصل والصفر المطلق)؛
- صعوبة الابتعاد من المعنى "الملموس" المسند (attribué) إلى الأعداد؛

العائق الإبستمولوجي V

◁ الأمل في نموذج جامع مثلا: الأمل في صلاحية نماذج الجمع بالنسبة للضرب.
وللإشارة فإن، حسب كلايزر (G. Glaeser)، العدد السالب كان موجودا منذ القرن الثالث بعد الميلاد، رغم عدم وجود مراجع حول ذلك. وكتب أنه أنذاك كان تناول الأعداد السالبة بالصيغة التالية:
"Ce qui est de manque multiplié par ce qui est de manque donne ce qui est positif. Tandis que ce qui est de manque multiplié par ce qui est positif donne ce qui est de manque".
ومن وجهة نظر مخالفة، قام ديرو ((A. Duroux [1945-..])، في [30]، خلال عمله حول القيمة المطلقة بنقد كلايزر (G. Glaeser) فيما يتعلق بالصعوبة والعائق وخاصة الصياغة (1) و(2) وتساءل حول الوسيلة التي يمكن بها مواجهة المسائل التي تتطلب تناول كميات سالبة معزولة:

◁ هل نطرح هذه المسائل؟
◁ كيف يتم حلها؟
◁ هل نؤمن بحلها؟
◁ هل ما يتضح لنا اليوم "صعوبة" قد اعتبر من قبل "صعوبة"؟

VI العائق الإبستمولوجي

◁ ما هي الايجابيات المجنية من "رفض" تناول كميات سالبة معزولة أو ما هي السلبيات التي سيتم تفاديها؟
◁ لماذا المحاولات من أجل التغيير أو التحديد باءت بالفشل في ذلك الوقت؟
◁ ربما كان سبب الفشل عدم وجود شروط أخرى أو ضرورة القيام بعمل آخر فما هو؟

وأضاف ديرو أن رصد المعرفة أو الإمكانية الناقصة والتي حالت دون إعطاء الحل "الصائب" أو الصياغة المناسبة، قد غطت على ضرورة فهم بأية وسائل سيتم حل الإشكالات التي تستدعي ضرورة استعمال الكميات السالبة المعزولة.

ومن أجل أن تكون صعوبة معينة، ومحددة تاريخيا، مؤهلة لأخذ صفة "العائق" يجب أن تتجلى في معرفة موجودة في مجال ذي صلاحية أوسع، ذات فعالية وذات مقاومة. فعند التحليل التاريخي لهذه المقاومة يمكن الاقتناع بضرورة البحث عن العناصر التي تحدد الصعوبات لدى التلميذ والبحث أيضا عن الحجج وذلك من أجل بناء وضعية تعليمية تسمح باختراق هذه المقاومة.

وقد عرف ديرو (A. Duroux) العائق على أنه:

VII العائق الإبستمولوجي

◁ معرفة، تصور، وليس بصعوبة أو نقص معرفة؛

◁ هذه المعرفة تنتج أجوبة ملائمة لسياقات نتعرض لها باستمرار؛

◁ تولد أجوبة خاطئة خارج السياق. جواب صحيح وعام (universel) يفرض رأي مخالف؛

◁ معرفة تقاوم التناقضات التي تعترضها، وتؤسس لمعرفة أحسن. إنه غير كاف تملك معرفة أحسن من أجل هدم المعرفة السابقة، فإظهار السابقة ضروري ليتم تذويبها في المعرفة الجديدة؛

◁ رغم الوعي بعدم دقة المعرفة، فإنها تواصل المقاومة.

وبتعبير آخر يمكن رؤية العائق على أنه:

◁ معرفة تعمل في مجال صلاحية أوسع؛

◁ معرفة عندما نريد ملاءمتها لوضعيات تنتج أخطاء ذات مقاومة أكبر، يمكن تحديد مصدرها ويمكن تحليلها؛

◁ يقاوم عندما نريد ملاءمته محليا؛

◁ ينتج معرفة جديدة عند التخلص منه وتعديله.

العائق الإبستمولوجي VIII

في أطروحة أخرى لكورنو (B. Cornu)، ومن أجل تسليط الضوء على مفهوم العائق الابستمولوجي وإيجاد الوسائل الديداكتيكية لمساعدة التلميذ على تجاوز العائق، قام بملاحظة زوجين من التلاميذ في مهمتين: حيث كلف الزوج الأول بتحديد المماس كنهاية (sécante) متغيرة، أما الثاني فكلف بإيجاد معادلة المماس للمنحنى الممثل لدالة الجيب (Sinus) في الأصل. ووضع لائحة من العوائق الابستمولوجية المرتبطة بالنهاية تتكون في خمس عوائق كما يلي:

◁ العائق المرتبط بمالانهائية (horror infiniti)، ويحتوي على العوائق المرتبطة برفض وضع العمليات الرياضية عند المرور إلى النهاية، النقل الأوتوماتيكي لطرق الجبر لتناول الكمية المحدودة للكميات غيرالمحدودة، ثم نقل خاصيات حدود متتالية متقاربة لنهايتها وأخيرا العائق الذي يتجلى في ربط المرور إلى النهاية بحركة فيزيائية أو بتقريب؛

◁ العوائق المرتبطة بمفهوم الدالة: تواري مفهوم الدالة المدروسة، الاقتصار على قيم متتالية معلومة، الاختصار الرتيب وعدم الفصل بين النهاية ومفهوم الحد القصوى والحد الدنيا؛

العائق الإبستمولوجي IX

◁ العوائق الهندسية: الحدس الهندسي هو "عائق جدي من أجل صياغة تعريف دقيق، يحول دون تحديد ما الذي يجب فهمه حول التمييز بين كميتين عوض ربط مفهوم النهاية بمفهوم محد مجموعة"؛
◁ العوائق المنطقية: مرتبطة بتغييب المكممات أو بترتيبها؛
◁ عوائق الترميز: مرتبطة بمقاومة تقديم ترميز خاص من أجل المرور إلى النهاية.

أما بروسو ،في كتابه [17]، فقد أعاد تحليل المقاربة بالعائق في ديداكتيك الرياضيات وحدد الخطوات التي يجب أن يتتبعها الباحث الديداكتيكي، ونلخصها فيما يلي:

◁ إيجاد الأخطاء الشائعة والبرهان على أنها تتجمع حول تصورات؛
◁ تحديد العوائق في تاريخ الرياضيات؛
◁ مواجهة العوائق التاريخية مع عوائق التعلم وتحديد طبيعتها الإبستمولوجية.

يلعب إعتماد مقاربات ذات بعد إبستمولوجي دورا فعالا في تدبير التعلمات، وخاصة تدبير الفصل وتخطيط وضعيات ديداكتيكية تحترم نشأة المفهوم ومراحل تطوره، ويمكن من خلالها تملك الوضعية وبالتالي تحقيق البعد الأديداكتيكي (a-didactique) من منظور بروسو. ويعتبر باشلار من الأوائل

العائق الإبستمولوجي X

الذين اشتغلوا على تحليل تطور المعرفة وذلك بإثارة أهمية القطيعة الإبستمولوجية، فحسب باشلار فإن بناء المعرفة العلمية تستدعي القطيعة مع المعارف القديمة والتي اصطلح عليها "المعارف المشتركة".
إن المعارف الأولية لدى التلميذ والتأويلات المحتملة في كل سياق توقعه غالبا في أخطاء، لكن بمجرد إعادة التأمل فيها، من طرف المتعلم، وانعكاساته حولها، يتمكن من تعديلها.
وللتوضيح نستحضر المثال التالي: "نصف الشيء أصغر من الشيء". وصياغة هذا النص رياضيا تكتب على الشكل التالي: $\frac{1}{2}x < x;\quad (\forall\ x)$.
فبالنسبة للتلميذ هي عبارة رياضية صحيحة وذات معنى لأنها تتطابق مع الواقع الملموس، غير أن التلميذ على دراية تامة بكون $-6 < -3$. ومن ثم، فوضع التلميذ أمام عبارتين متناقضتين (situations-conflits):

$$\begin{cases} \frac{1}{2}x < x; \quad \forall\ x \\ \\ -3 > -6 \end{cases}$$

العائق الإبستمولوجي *XI*

يمكن أن تقود التلميذ إلى الشك في المتفاوتة الأولى وإعادة الصياغة على الشكل التالي:

$$\begin{cases} \frac{1}{2}x < x; \quad (\forall\ x > 0) \\ \\ \frac{1}{2}x \geq x; \quad (\forall\ x \leq 0) \end{cases}$$

وتعتبر هذه النظمة الأخيرة معرفة جديدة تم التوصل إليها بتعديل الأولى وتعويضها بأخرى ملائمة. هذا المثال يوضح كيف يمكن للمعارف الأولية المرتبطة بتجارب ملموسة (experiences pratiques) أن تشكل عائقا لاكتشاف المعرفة، والتساؤل الجديد الذي ساهم في تعديل المعارف الأولية (المشتركة) يتجلى في وضعيات تبدوا متناقضة وتنتج ما يسمى بالنزعة المعرفية (conflit de connaissances) أو (conflit cognitif).

لإثارة دور هذه المقاربة في التدريس، لابأس أن نذكر أن جل أساتذة الثانوي التأهيلي (أو التعليم العالي) يشتكون صعوبات التعلم لدى تلامذتهم، وصعوبة تناول المفاهيم والعمليات والتجريد

العائق الإبستمولوجي *XII*

والأدوات المنطقية. فمثلا إذا تطرقنا لمفهوم النهاية، فالصعوبة غير معزولة عن سياقها التاريخي حيث نذكر في هذا السياق أن عالم الرياضيات أولير
(L. Euler [1707-1783]) لم يكن ليدرك مفهوم النهاية، وقد انتظر الرياضيون قرونا من أجل التأسيس لمفهوم النهاية مع فييرستراس
(K.Weierstrass[1815-1897]) وكوشي (A-L.Cauchy[1789-1857]). لقد عرف مفهوم النهاية بالثانوي التأهيلي نقاشا، وخاصة في مقرراتنا بالمغرب، وتم اختزاله حتى يتسنى للتلميذ استيعابه، لكن هذا الإختزال قد يوقظ لدى التلميذ تمثلات ومعارف تقاوم المعارف الجديدة لأن جل التلاميذ بالثانوي التأهيلي يعتبرون أن مفهوم النهاية هو فقط "عملية تعويض!!!". وقد ذهب بعض الديداكتيكيين إلى تغيير الإطار إسوة بنظرية دوادي واعتماد وضعيات ترتكز بشكل أكبر على مبيانات يمكن من خلالها تلمس مفهوم النهاية، إلا أن هذا الطرح يضعنا أمام تساؤل جديد، هل الإطار الهندسي يمكننا من بناء مفهوم الاتصال الذي هو مرتبط ارتباطا وطيدا بمفهوم النهاية؟ بطبيعة الحال لا. ومن بين

XIII العائق الإبستمولوجي

الأخطاء الشائعة لدى أساتذة الثانوي التأهيلي "الدالة المتصلة هي الدالة التي يمكن رسم منحناها بدون رفع اليد"، غير أن دالة فييرستراس (K. Weierstrass)

$$f(x) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2^n} \cos(4^n x)$$

هي دالة متصلة ولا يمكن رسمها باليد. ونفس التساؤل نطرحه فيما يخص قواعد الإشارة بالنسبة لتلامذة الثانوي الإعدادي، الثانوي التأهيلي وحتى طلبة التعليم العالي، والذي سلط عليه الضوء كلايزر (G. Glaeser) في [34]. حيث أوضح في أعماله أن تطور الأعداد السالبة مر بعدة حقبات أنتجت خلالها استدلالات غير متوقعة تظهر في انتاجات المتعلمين اليوم. فمثلا: "بما أن $1 \neq -1$ فإن $\frac{1}{-1} \neq \frac{-1}{1}$" أو كذلك "لدينا $3 < 4-$ إذن $9 < 16$".

العائق الإبستمولوجي XIV

كما أن هيكلة الأعداد السالبة تطلبت حوالي خمسة عشر قرنا، حيث انتظرنا حتى القرن التاسع عشر لتأسيس الأعداد الموجبة والأعداد السالبة مع كوشي (A-L. Cauchy).
إن وضع العائق الإبستمولوجي خلال مرحلة استقرار المعرفة، والذي اعتبره كلايزر (G. Glaeser) تصورا للأشياء يعرقل بدوره إنتاج معارف جديدة، حيث أضاف أن المعرفة العلمية تتطور بتجاوز الأخطاء وذلك بتحديد العوائق وتجاوزها بهدم المعارف غيرالمبنية بشكل جيد، وأكد أنه لا نصحح الخطأ ولكن نعيد بناء النظام المعتمد للوصول إلى مصدر الخطإ. ويمكن القول إن تاريخ العلوم يوفر لنا بيانات لتحليل تمثلات التلاميذ وأخطائهم واستثمارها يؤدي إلى بناء معارف أخرى.
إن التمثلات اللحظية ومبدأ الرأس المملوءة -بغض النظر عن الفئة العمرية- يعتبران متدخلان أساسيان في بناء المعرفة، وقد تطرق باشلار إلى هذا الطرح في العديد من أعماله. فعندما نريد لأول مرة أن نطلب من تلميذ مقارنة $\sqrt{x}$ و x، فبالنسبة له هذا ليس موضوعا جديدا، فهو يعلم مثلا أن $5 \geq 25$ و $4 \geq 16$، ومنه يقوم بتعميم النتيجة $x \geq x^2$، وعليه فإن بعض التلاميذ (إذ لم نقل جلهم) يظنون بأن

العائق الإبستمولوجي XV

$0,2 \geq 0,2^2$، حيث أنه في مخيلتهم أن $0,4 = 0,2^2$، وفي هذه الحالة يجب وضعهم أمام وضعية متناقضة (متنازعة): $0,1 = 0,1^2$؟، ثم نتسائل متى يمكن لعدد أن ينطبق مع مربعه؟ وبالتالي تصبح المعرفة الأولى محل نقاش. فيمكن أن نقول إذن أن العمل العلمي يبتدأ من المعرفة التجريبية غيرالدقيقة إلى أخرى ممأسسة. فمن منظور بروسو فإن تمثل التلميذ حول العدد العشري هو أنه زوج عددين صحيحين $(0,3) = 0,3$ وبالتالي يجري العملية التالية: $(0,9) = (0^2,3^2) = (0,3)^2$ ذهنيا، حيث أن العدد الصحيح الطبيعي والعمليات عليه حاضرة بشكل أوفر في الأنشطة الذهنية للطفل نظرا لملامستها للواقع. في نفس الإتجاه ذهب بريتور (Y. Preteur) إلى أنه لبلورة مفهوم من لدن تلميذين مختلفين، ليس من الضروري ضبط أحدهما لهذا المفهوم، لكن يكفي أن يباشراه من وجهتي نظر متنازعتين.
“Pour que deux élèves puissent élaborer ensemble une notion, il n’est pas nécessaire qu’un d’entre eux la maîtrise. Il suffit qu’ils l’abordent avec des points de vue conflictuels”.

العائق الإبستمولوجي XVI

كما أن من المعارف الأولية التي تؤثر في بناء معارف جديدة لدى التلميذ، نذكر "طول العدد"، فبالنسبة للتلميذ يمكن أن ينقل نموذج طول الأعداد بالنسبة للأعداد الصحيحة مباشرة إلى الأعداد العشرية كأن يقول $12,8997 < 13,1$. ومن الأمثلة الأخرى التي توضح "خرافة العقل الفارغ" (le mythe de l'esprit vierge)، نذكر عملا للويس شالو (L. Chalouh) ونيكولاس هيرسكوفيكس (N. Herscovics)، حيث طلبوا من تلاميذ لم يتلقوا أي تكوين في الجبر ماذا يعني لهم "$3a$"، فكانت الأجوبة مختلفة: فقد أجاب بعضهم أن $3a$ هو ثلاثة أشياء و a يقصد به الشيء، في حين قال آخرون بأن $3a$ هو السؤال الأول من التمرين 3، وظن آخرون أن $3a$ هو 31، في حين أجاب أحدهم أن $3a$ هو 3. ثم طلب منهم أيضا ماذا يعني لهم "$3n$". فظن بعض التلاميذ أن $3n$ يخالف $3a$، في حين أن آخرون أجابوا بأن n يعوض شيئا ناقصا، وكتب أحدهم بشكل عمودي العملية $3n = 652 - 681$، وكان جواب تلميذ أخر 314. بعد ذلك طلب منهم تعويض a و n ب 2 فكانت الأجوبة كالتالي: $2 + 3$، 2×3، 3^2، و أجاب آخر 32 والذي أجاب في المرة السابقة ب 314 أجاب ب 316

العائق الإبستمولوجي XVII

(أضاف 2 إلى 14). وبعد مرور عدة سنوات أعيدت نفس التجربة مع تلامذة جذع مشترك من البكالوريا الدولية "خيار فرنسية"، فكانت الأجوبة لاتختلف كثيرا عن سابقاتها. حيث كانت من بين الإجابات على السؤال المتعلق ب "$3a$"، 1×3؛ السؤال الأول من التمرين الثالث؛... بينما نجد أن جل الإيجابات على السؤال المتعلق ب "$3n$"، كانت "مضاعفات العدد 3"، وقد فسرنا هذه النتيجة على أنها نتيجة أن الأستاذ كان قد انهى درس الحسابيات. أما بالنسبة للسؤال المتعلق بالتعويض فجل التلاميذ عوضوا n ب 2 وكتبوا 32، في حين رفضوا تعويض a بدعوى أنه ليس عددا صحيحا طبيعيا. وتساءل هيرسكوفيكس (N. Herscovics)، عن أجوبة التلاميذ الذين تلقوا تكوينا في الجبر عن نفس السؤال السابق، وبعد التجربة كانت أجوبتهم العفوية لاتختلف عن السابقة، وهذا يبين أن التمثلات الأولية رهن إشارة النشاط الذهني للفرد كلما توفرت الشروط الملائمة لذلك. فالعائق الأهم الذي يعترض الفرد ليس هو إكتساب إستراتيجيات جديدة بقدر ما هو التخلي عن السيرورات التي سبق تبنيها.

العائق الإبستمولوجي XVIII

وبالعودة إلى فكرة "سلطة العدد الصحيح والعدد الموجب"، فتجلياتها عديدة في الإعدادي والتأهيلي والجامعي، فمثلا إذا طلب من التلاميذ تحديد مجموعة تعريف الدالـــة: $f(x) = \dfrac{1}{\sqrt{x-2}}$، فعدد منهـــم سيكتـب $D_f = [2;\ +\infty[$، وإذا طلب منهم بعد ذلك حساب صورة 2، فسيكتشفون بأنه لايمكن وعليه سيغيرون مجموعة التعريف إلى $D_f = [3;\ +\infty[$. وكذلك طلب من طلبة جامعيين تأطير xy علما أن $-3 < x < 3$ و $2 < y < -5$، فكانت جل الأجوبة $6 < xy < 15$. ثم طرحنا أسئلة أخرى من نفس هذا الصنف، فاكتشفنا أن الطلبة يقلدون تقنيات التأطير بالنسبة للأعداد الموجبة، وسنعرض أيضا تجربة أخرى أعدت مع تلاميذ جذع مشترك من البكالوريا الدولية "خيار فرنسية"، حيث طلب منهم إيجاد الأعداد $(x, y) \in \times$ بحيث $xy = 36$، فكانت الأجوبة:

$$(1, 36); (2, 18); (4, 9); (3, 12); (6, 6); (36, 1); (18, 2); (9, 4); (12, 3)$$

العائق الإبستمولوجي XIX

ولم يتطرق أي منهم للأعداد السالبة.
نخلص من ذلك أن نماذج التلاميذ وأحكامهم وتمثلاتهم تختلف بشكل كبير عن تصورات الأستاذ ونماذجه، وأن استحضارها وإدراك السيرورات التي سبق تبنيها تلعب دورا أساسيا في بناء تعلمات التلاميذ وتطوير المعرفة الرياضية. وبالإضافة إلى العوائق التي لها علاقة بنشأة المفهوم، توجد عوائق أخرى تؤدي إلى صعوبات في تعلم التلميذ. فخلال وضعية تقويمية لتلاميذ البكالوريا علوم الحياة والأرض تبين أن مشكل الترجمة يمكن أن يوقظ تمثلات لدى التلاميذ من شأنها أن تعرقل السير العادي للعملية التعليمية - التعلمية، وبالخصوص عندما يتعلق الأمر بمهمات لها علاقة بمتغيرات ديداكتيكية قد تشوش على ذاكرة التلميذ (طول الأعداد، صياغة مركبة للوضعية، رموز متعددة في الصياغة...)، فمثلا "الجذر مربع" بالنسبة للتلميذ قد يفيد عددا جذريا أما الرمز $\sqrt{\cdot}$ فهو يخص الأعداد اللاجذرية.

التعاقد الديداكتيكي I

إن تدبير الوضعية الديداكتيكية يستلزم تحديد قواعد العمل وتقسيم الأدوار وتحديد المهمات وكذلك الالتزامات المتبادلة بين الأستاذ والتلميذ من جهة وبين التلاميذ فيما بينهم وهو ما يصطلح عليه التعاقد الديداكتيكي حسب شوفالار (Y. Chevallard) وبروسو (G. Brousseau).

"Le contrat didactique est l'ensemble des règles qui fixent le fonctionnement, la définition des rôles et la répartition des tâches.
Qui peut faire quoi ? Qui doit faire quoi ? Quels sont les enjeux ?"

حيث يسعى الأستاذ، من خلال هذا التعاقد، إلى تبليغ تلاميذه بالأشياء والسلوكات التي يوليها أهمية أكبر، وما ينتظره منهم، وماهو مسموح به وماهو محرم عليهم القيام به... ويتضمن التعاقد الديداكتيكي قواعد صريحة نذكر منها: كيفية تذكير الصيغ، كيفية استعمال الأدوات المنطقية وأهميتها في حل المسألة أو الإجابة على سؤال، طريقة الحساب، تنظيم الورقة، الدروس التي سيمتحن فيها التلميذ، الوقت المحدد للدرس، احترام الوقت، إجابة الأستاذ على جميع أسئلة التلميذ... وأخرى ضمنية

التعاقد الديداكتيكي II

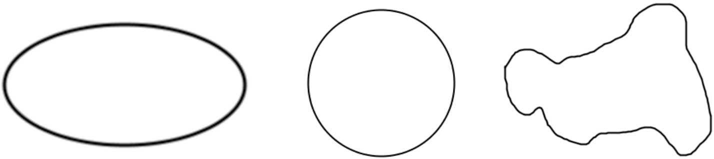
نذكر منها: ماذا تعني "برهن"، "تحقق"... (التأويلات الممكنة للأفعال التدخلية)، ماذا نستنتج؟، ماذا نلاحظ؟، ماذا نستعمل؟، بديهي أن؟، وكتابة الحروف a، x، n و m والتي لها دلالة عند التلميذ... فمثلا عند دراسة الأعداد الصحيحة الطبيعية، طلب الأستاذ من تلامذته إيجاد العدد الموالي ل 1، فكانت الإجابة 2، ثم طلب منهم العدد الموالي ل 2، فكانت الإجابة 3، ونفس الشيء بالنسبة للعدد 5، فكانت الإجابة 6، ثم طلب منهم تحديد العدد الموالي ل a، فكانت الإجابة b !!!

إن التعاقد الديداكتيكي قد ينتج معارف غير ملائمة تتجلى في أخطاء يرتكبها المتعلم. فمثلا في جل الحالات فإن غياب رمز الإشارة هو إشارة موجبة $(+)$، فالعدد 6 مثلا يعني $(+6)$، وعليه فإن التلميذ قد يعتبر العدد x عددا موجبا. كما أن العدد ab يعني $a \cdot b$ أو $b \times a$، وعليه $5 = 5 \times 1 = 15$. وكذلك بما أن الضرب تبادلي فإن $-5x = 5 \times -x = x - 5$. ويمكن أيضا أن يكتب التلميذ $-10 = (-4)(-6)$، لأنه خلال عملية الضرب قد يزيل التلميذ الأقواس عندما يكون ما بداخل الأقواس عددا واحدا... إذن ماذا نقصد ب "اختزل"، "احسب"، "انشر"، "عمل"، "عوض"،... وما هي مؤشرات نهاية المهمة لدى التلميذ؟ فمثلا إذا طلب منه تعميل التعبير

التعاقد الديداكتيكي III

$3a^2+5a$، فيمكن أن تكون الإجابة كالتالي: $3a^2+5a=11a$، حيث أن التلميذ فكر بالطريقة التالية: $3a^2+5a=a(3\times 2+5)=a(6+5)=11a$. إذن، فهل التعليمة "عمل" أو "بسط" مرتبطة بطول الصيغة، عدد الأرقام والحروف الموجودة في الصيغة أم التخلص من العلامة "+".

من جهة أخرى فإن التمثيل المبياني هو إطار يمكنه التدخل في حل المسألة وتعليل بل توضيح أدوات جبرية مجردة، لكن بالنسبة للتلميذ هو جزء لايتجزأ من العقدة الديداكتيكية ليس له أية علاقة بسياق الوضعية أو بحلها، فمثلا إذا طلبنا من تلاميذ الثانية باكوريا تحديد طبيعة الأشكال الهندسية التالية:



(1) (2) (3) (4)

التعاقد الديداكتيكي IV

فإن الجواب هو مربع بالنسبة للشكل (1) وإهليليج بالنسبة للشكل (2) ودائرة بالنسبة للشكل (3) ومجموعة من النقط بالنسبة للشكل (4). وقد يسبب نقاشات حول بنود العقدة الديداكتيكية، غير أنه للتوضيح فهذا الخلل أصله عدم التركيز على طبيعة المعلم في درس "دراسة تحليلية للدائرة"، فالدائرة تأخذ الشكل (3) عندما يكون المعلم متعامدا ممنظما بينما تأخذ الشكل (2) في حالة المعلم المتعامد الغير ممنظم، مما يجعل البنود المتفق عليها مسبقا محل نقاش.

نطرح تساؤلا آخر، ماذا يفهم التلميذ عندما نطلب منه "إنجاز مهمة ما". فالتلميذ يمكن اعتبارها مهمة جديدة، تعمل على إيقاظ تمثلات لتفعيل بنود من العقدة المبرمة مع الأستاذ غالبا ما تكون تخدم طرحه ويتخذها ذريعة لفشله في القيام بالمهمة. فمثلا عندما طلب أستاذ من تلامذته مقارنة المجموعتين:

$$A = \{800 - 600,\ 750 - 50,\ 220 - 200\} \text{ و } B = \{700,\ 20,\ 200,\ 100\}$$

وبالضبط طلب منهم هل A ضمن B، فكان الجواب أن A ليست ضمن B. فالعلامتين "-" و"," لهما دلالات بالنسبة للتلميذ. وعندما طلب الأستاذ من التلاميذ ملاحظة أن $800 - 600 = 200$...

التعاقد الديداكتيكي V

وجدوا أنفسهم في وضعية متنازعة فدخلوا في حوار مع الأستاذ على أساس أنه هو الذي لم يحترم ما تم الاتفاق عليه. إن وضعية الكائنات الرياضية تتضح بشكل جيد للمتخصص فمثلا في حالتنا هذه "," لها نفس معنى ";"، في حين أن "-" ليست عارضة. لكن بالنسبة للتلميذ فجميع العلامات والرموز لها نفس المعنى أي أن "," هي ";" هي نفسها "-" أي أنه اعتبر إشارة ناقص كعارضة. ومنه فإن تبليغ قواعد العمل للتلميذ تتم عبر رسائل مباشرة أو غير مباشرة من الأستاذ، وتنتج غالبا حوارا حول الأدوار والمهمات...

من جهة أخرى يمكن لبعض البنود أن تعرقل الإنتاج المعرفي وتصبح في خدمة الأستاذ فقط، لأن التلاميذ يقدمون عملهم على شكل تم الإتفاق عليه مع الأستاذ، ويمكنها أن تساعد الأستاذ عند تصحيح منتوجات التلاميذ، وبالتالي تضع عملية التقويم وتحقيق الأهداف التعليمية المسطرة والقدرات المراد تمثيلها والكفايات التي نسعى لاكتسابها محل نقاش. فمثلا:

$$\lim_{x\to 0^+}\frac{1}{x}=\frac{1}{0^+}=+\infty\ ;\ \lim_{x\to+\infty}\frac{1}{x}=\frac{1}{+\infty}=0$$

التعاقد الديداكتيكي VI

مما يؤدي ببعض التلاميذ إلى اعتبار ∞ و 0^+ أعدادا، وهذا يشكل عائقا من أجل اعتماد التلميذ النموذج السليم لتعريف النهاية واستحضاره مستقبلا.
من بين تجليات التعاقد الديداكتيكي استحضار السلطة عندما يتعلق الأمر بتعليمة لم يتم احترامها، وتصبح العلاقة الديداكتيكية مختزلة في علاقة تراتبية والقسم هو حقل خصب لممارستها. فصيغة "برهن أن" بالنسبة للتلميذ لا تعني إعطاء معارف جديدة، لكن هو مطالب بتوضيح قدرته على تطبيق مبرهنات وخاصيات لها علاقة بالدرس الذي هو بصدد القيام به أو ضمن الدروس المتفق على إدماجها في امتحانه. ونتسائل في هذه الحالة، ما هو نوع العقدة التي أنتجت هذا الفعل؟ هذا السؤال يصعب الإجابة عنه إذا كانت المهمة تستدعي استحضار معطيات وأدوات أخرى تم التطرق لها سابقا وليست ضمن ماتم الإتفاق عليه.
نخلص إذن إلى أنه خلال السنة الدراسية فإن العقدة الديداكتيكية هي محل نقاش يمكنها أن تجدد وذلك بتغيير بنودها من أجل التعلم ويتم هذا كلما أدت هذه البنود إلى عوائق لتقدم المعرفة (تساؤلات غير منتظرة، مبرهنات التلاميذ، إنتاجات غير ملائمة...)، ومن أجل استمرار تقدم المعرفة، يصبح

التعاقد الديداكتيكي VII

الأستاذ مضطرا، في بعض الحالات، إلى إظهار بعض القواعد الضمنية من العقدة ووضعها محل نقاش من أجل تجديدها وتعديلها، هذه الظاهرة ينتجها ما يصطلح عليه "خرق العقدة الديداكتيكية" (la rupture du contrat didactique).

بعض آثار التعاقد الديداكتيكي I

♦ أثر طوباز : (Effet Topaze)
و يتمثل في الحالة التي يهيئ فيها المدرس أسئلة الدرس على مقاس الأجوبة التي يريد سماعها، وهكذا يضع المدرس الجواب الذي يريده، ويشرع في صياغة الأسئلة على ضوئها، لطرحها على المتعلمين. وقد يتجلى هذا الأثر في حالات أخرى، ومنها الحالة التي يقف فيها المتعلم أمام صعوبة لمواصلة حل وضعية، ويقتضي الأمر أن يواجه تلك الصعوبة في حينها، ولكنه، عوض ذلك قد يتلقى مساعدة حاسمة من طرف المدرس، الشيء الذي يفوت عليه فرصة لبناء تعلماته وبلوغ مستوى أعلى من التعلم.

♦ أثر جوردان : (Effet Jourdain)
وهو عبارة عن سوء تفاهم عميق، يحدث أحيانا عندما يتفادى المدرس عن قصد كل نقاش مع المتعلمين حول معلومة أو مفهوم معين، ويكتفي بتقبل أدنى مؤشر سلوكي صادر عنهم، معتبرا إياه دليلا على الاستجابة لما طلب منهم إنجازه، حتى وإن كان ذلك المؤشر عاديا وغير مقنع. وقد يتجلى هذا الأثر أيضا عندما يعتبر المدرس أن إشارة بسيطة يبديها المتعلم، دليل على فهمه واستيعابه لما قدم

بعض آثار التعاقد الديداكتيكي II

له. كأن يجيب التلميذ مثلا ب " C_n^p عدد التطبيقات"، فيقاطعه الأستاذ "نعم جيد". أو أن يوجه الأستاذ التلاميذ ب"يكفي تطبيق ..."، لتفادي النقاش يمر لشيء آخر.

♦ الإنزلاق الميتامعرفي : (Glissement métacognitif)

قد لا يتوفق المدرس أحيانا، في إبلاغ ما يريد إبلاغه للمتعلمين، فيعجز بالتالي، عن دفعهم نحو تحقيق الهدف المتوخى، فيلجأ (كتعويض عن فشله) إلى تبريرات متعددة، ويتحول إلى موضوعات أخرى، مستبدلا بذلك الموضوع الذي يشكل المحور الفعلي للدرس، أو قد يركز شرحه على طريقة أو تقنية معينة ويتوقف عندها كبديل عن الموضوع المرغوب فيه. فمثلا لحساب نهاية خارج دالتين بحيث نهاية البسط هي نفسها نهاية المقام وتساوي 0، يلجأ الأستاذ إلى استعمال قاعدة Hospital، رغم أنها خارج المقرر.

بعض آثار التعاقد الديداكتيكي III

♦ الاستعمال المفرط للمماثلة : (Usage abusif de l'analogie)

لا شك أن المماثلة تعتبر من "التقنيات" الجديدة في الشرح والتفسير كما تلعب دورا فعالا في حل المسائل، إلا أن الإفراط في استعمالها قد يؤدي إلى نتيجة عكسية أو غير متوقعة. وقد لاحظ الباحثون أن هذا الاستعمال المفرط للمماثلة على مستوى التعاقد الديداكتيكي، أمر غير مفيد، بل بالعكس، يمكن أن يفضي إلى السقوط في ما يعرف بأثر طوباز مما يؤدي إلى تباطؤ في الفهم وتأخر في اكتساب المعرفة.

♦ شيخوخة الوضعيات التعليمية :

(Vieillessement des situations d'enseignement)

إن مرور الزمن والتغيرات المستمرة للبرامج والمناهج، قد يؤدي إلى نوع من التقادم في الوضعيات الديداكتيكية، فيصبح المدرس غير قادر على إعادة إنتاج نفس الوضعيات لتؤدي الغرض المنتظر منها. وهذا الإحساس بالتقادم أو التقادم الفعلي، في أغلب الأحيان، يطرح إشكالية ديداكتيكية أساسية خاصة إذا انتبهنا إلى أن بعض التغييرات التي تطرأ على المناهج قد لا تمليها ضرورات تربوية بقدر ما تترجم نوعا من اتباع الموضة. بل أكثر من ذلك، يجد الأستاذ دائما صعوبات في إعادة

بعض آثار التعاقد الديداكتيكي *IV*

نفس الدرس رغم أن التلاميذ مختلفين لأن إعادة ما قاله سابقا ليس له نفس الأثر دائما، فغالبا ما تكون النتائج أقل تأثيرا والمدرس يكون أكثر ترددا لإعادته، لذلك فهو يحتاج إلى مجهود أكبر لتغيير الصياغة، التعليمات والأمثلة، على الأقل.

النقل الديداكتيكي في الرياضيات I

إن التصور النقدي للمعارف الرياضية المستنبط من تاريخ الرياضيات يسمح بفهم الوضعية الحالية لهذه المعارف، وكذلك لماذا ندرس هذا الفصل أو ذاك في هذا المستوى أو ذاك؟ وبدونه تصبح الرياضيات المدرسة يوما بعد يوم كائنات خالصة، وبالتالي مع مرور الزمن ستفسد، إنها فقط كائنات تدريسية. فمثلا لا ندرس المتطابقات الهامة من أجل تعلم المتطابقات الهامة، ونفس الشيء بالنسبة للمسافة ومفاهيم أخرى، نحن إذن نتكلم عن الظاهرة التي يطلق عليها الديداكتيكيون النقل الديداكتيكي.

حيث عرف شوفلار (Y. Chevallard) النقل الديداكتيكي على أنه الانتقال من محتوى معرفي محدد إلى صيغة ديداكتيكية لهذا الموضوع المعرفي.

"Le passage d'un contenu de savoir précis à une version didactique de cet objet de savoir."

وبتعبير آخر: هو الانتقال من موضوع للتعلم إلى موضوع للتعليم، هذا الانتقال "من موضوع للتعلم إلى موضوع للتعليم" يتم بخلق كائنات جديدة (مواضيع) تسمح بتجاوز عوائق لدى التلاميذ الذين يحاولون اكتساب معارف مرتقبة لأول وهلة. ومن بين الأمثلة لهذه العوائق نذكر التمارين التي تهدف إلى تحديد

النقل الديداكتيكي في الرياضيات II

الفرق بين الانتماء والاحتواء ($\subset$ و $\in$) وكذلك التمارين التي لها علاقة بمجموعة الأجزاء $\mathcal{P}(E)$.
فمثلا كيف نوضح للتلميذ بأن $\emptyset \subset E$ أو $\emptyset \in \mathcal{P}(E)$ وكيف نوجهه؟ وكذلك كيف نوضح للتلميذ نهاية دالة بجوار ما لانهاية (∞)، وكيف نوجهه؟
وقد عرف بوفيي (A. Bouvier [1943-..]) الكائن التدريسي على أنه نتيجة عزل المفهوم عن سياقه التاريخي، وأضاف على أنه مفصول عن الإشكالية التي أنتجته، والتي بدورها تجعله يعيش في خضم المعرفة العالمة. إن هذا التحليل يستوجب معرفة متى ظهر المفهوم؟ ولماذا؟ وماهي أنواع المسائل التي يتدخل في حلها؟ هذه السيرورة، التي تتجلى في عزل السياق التاريخي (Désihistorisation) للمعرفة وعدم تشخيصها
(Dépersonnalisation) هي خاصية النقل الديداكتيكي.
إن عملية النقل الديداكتيكي تتطلب الوقوف عند أربعة أزمنة هي:
الزمن الأول: مسائل غير روتينية وصعبة، وضعيات صادمة (Surprenantes) ومعطيات متناقضة وغير ملائمة للإطار النظري.

النقل الديداكتيكي في الرياضيات III

الزمن الثاني: ظهور أفكار جديدة (قطعية)، ومفاهيم جديدة تظهر بالتدريج " كائنات معرفية" وتسمح للمهتمين ملاءمتها بسرعة.
الزمن الثالث: تنظيم المعارف الجديدة في نسق وجعلها كائنات للتدريس.
الزمن الرابع: خلق " كائنات تدرس" تتيح بناء المعارف الجديدة.
ونلخص هذه الأزمنة في الخطاطة التالية:
مسائل ← كائنات معرفية ← كائنات للتدريس ← كائنات مدرسة.
لتسليط الضوء أكثر على هذه الظاهرة، نستحضر العمل الذي قمنا به مع الأساتذة المتدربين على مثالين.
فالمثال الأول يرتكز حول تعريف "علاقة تكافؤ على مجموعة E" وأنه يمكن تعريفها إنطلاقا من أصناف تكافؤها وهذه الأصناف تنطبق مع المجموعات التي تكون تجزيئا للمجموعة E. فمثلا:

$$A = \{10, 20, 12\}$$
$$B = \{552, 333, 422, 633\}$$
$$C = \{4342, 1321\}$$

النقل الديداكتيكي في الرياضيات IV

المجموعات A، B و C أصناف تكافؤ لعلاقتي تكافؤ مختلفتين "نفس عدد الأرقام" و"نفس باقي القسمة على 3". و في المثال الثاني، نعتبر الدالة f المعرفة من المجموعة $A = \{a, b, c, d\}$ نحو المجموعة $B = \{1, 2, 3, 4\}$ بما يلي:

$$f(a) = 4,\ f(b) = 3,\ f(c) = 1,\ f(d) = 2.$$

وطرحنا السؤال التالي: هل الدالة f تقابل؟
وكأن المطلوب في المثالين معا هو كتابة الجواب الذي ينتظره الأستاذ من تلاميذه، وقد تبين أنه ليس هناك توافق بين الأساتذة المتدربين حيث استعملت مصطلحات وتأويلات مختلفة.
وبالتالي يمكن القول إن النقل الديداكتيكي لا يقتصر فقط على تجاهل الإشكالات البدئية التي يمكن حلها باستثمار الكائنات الجديدة، بل يعمل في بعض الأحيان على نقل حقل (مجال) استعمالها.
وقد تطرق أيضا شوفالار (Y. Chevallard) وجوسوا (M. A. Johsua)، في [22]، إلى نفس الظاهرة حول "مفهوم المسافة"، فقد وضحا أن هذا المفهوم ظهر في بداية القرن العشرين من خلال

النقل الديداكتيكي في الرياضيات V

أعمال حول "الفضاءات الدالية" (Espaces fonctionnels) في التحليل، بينما في أواسط نفس القرن أصبحت أداة مهمة في الهندسة، وحاليا فإن مفهوم المسافة يدرس في الهندسة. وأيضا كتابة معادلات في ^{n} تفرض تقديم رموز المتجهة والموتر (Tenseur)، اللذين يؤديان إلى إنتاج مفاهيم في الجبر الخطي، وجعل تدريس الفضاءات المتجهية يغيب المتجهات الهندسية الشيء الذي يحرم الفيزيائي والميكانيكي من أدوات ملائمة وفعالة.

إن جل الاختيارات في المقررات (المقرر الرسمي المغربي) أدت إلى انزلاق عدة معارف من مستويات إلى أخرى ومن شعب إلى أخرى، واعتماد مقاربات عدة هندسية أو تحليلية (القيمة المطلقة، الحساب المثلثي، اعتماد المتتاليات أوعدم اعتمادها في التكامل).

وبالرجوع إلى المثال الثاني، حول التقابل، نجد أنه إذا تمت عملية التصحيح وأخذنا بعين الاعتبار تصورات الأساتذة المتدربين، فيمكن أن تعطى نقطة "الصفر" للعديد من التلاميذ. وكما سبق ذكره فقد اعتمدت عدة مصطلحات ورموز في الإجابة من بينها "صورة، سابق، تقابل، تطبيق، الانطلاق، الوصول، السهم...". نتساءل إذن متى وكيف ظهرت هذه الرياضيات وهذه المصطلحات والرموز

النقل الديداكتيكي في الرياضيات VI

المتعددة. وبالعودة إلى تاريخ الرياضيات نجد أنه في بداية القرن التاسع عشر أثيرت "إشكاليات التحليل" وأدت إلى إنتاج "المجموعات، الرئيسي، الترتيب" ثم "الطبولوجيا نهاية القرن التاسع عشر" ثم إلى إنتاج "العلاقات، التطبيقات والدوال المتصلة" وحتى حوالي (1970-1960) تأسست "المجموعات، المخططات، الجداول، الأشكال..." كمفاهيم رياضية حيث تجسدت كل الأزمنة التي سبق ذكرها. فمثلا مخططات أولير (Euler) والخطاطات الأقليدية والأشكال التي استغلت كمساعدات أوريستيكية (Heuristiques) للعلماء، أصبحت معارف يجب اكتسابها وخصصت لها مقاطع تعليمية خاصة، وهذه التعددية في المصطلحات تفرض تعلم الانتقال من مفهوم إلى آخر حيث يخصص لهذا الغرض وقت لايستهان به.

إن الفرضية التي تقول "تقديم جميع المفاهيم الجزئية تسهل مستقبلا تعلم المفهوم المرتقب (التقابل، الدوال المتصلة، الترتيب، علاقة التكافؤ) أصبحت لاغية والممارسات الصفية للأساتذة بينت أنه من الواجب إعادة صياغتها أو تركها (إبعادها).

النقل الديداكتيكي في الرياضيات VII

مثلا: نتساءل لماذا وفرة الأمثلة خلال الوضعيات التي تعتمد فيها مجموعات منتهية، تساعد على الإنتقال من "النهائي إلى اللانهائي" أو من "القابل للعد إلى غيرالقابل للعد"؟.
من مكونات النقل الديداكتيكي "الرياضيات المدرسية" التي أصبحت في القرن التاسع عشر مكونة من الرياضيات الأساسية الضرورية للحياة اليومية للأشخاص ولمستقبلهم العلمي، إلا أن هذه الرياضيات أصبحت مجالا خاصا ولم تنسج علاقة مع الرياضيات الحديثة التي هي في طور التكوين أو حتى مع العلوم الأخرى وهذا الطرح أصبح صعب التصور للغاية. فهل بإمكاننا في كل مرحلة وكل زمن، أن ندخل محتويات جديدة في كتب التدريس ويتم التخلي عن أخرى؟
إن دراسة التطور التاريخي للمحتويات التدريسية، ودراسة تأثير مختلف المحتويات التعليمية على تطور الرياضيات عبر التكوينات المقدمة للرياضيين الجدد والتركيز على تيارات محددة تكتسي أهمية بالغة وتساعد على إيجاد الصيغة الملائمة لتدريس الرياضيات. ويمكن إذن أن نتكلم عن التحويل الديداكتيكي عوض "النقل الديداكتيكي" نظرا لطبيعة الاختيارات الديداكتيكية التي يسببها

النقل الديداكتيكي في الرياضيات VIII

النظـام التعليمي، وبالتالي فمن الضروري في أية عملية التركيز على الأستاذ وتكوينه بصفته الوسيط الأساسي لهذا التحويل (أو النقل).

المتغير الديداكتيكي I

هو عنصر من المسألة، يكون قابلا للتغيير من طرف الأستاذ، وكل تغيير فيه يؤدي إلى إحداث تغيير على طرق واستراتيجيات الحل من حيث الكلفة والصلاحية ودرجة الصعوبة. المتغير الديداكتيكي إذن هو عائق يحدث لدى المتعلم اختلالات تكون ضرورية للتعلم، ولذلك يصبح ضروريا وصف هذا العائق وتحديد الدور الذي يؤديه، وحدود نجاعته في حل المسألة.

ومن الأمثلة على ذلك نذكر:

- متغير مرتبط بالمحتوى:
  - حجم الأعداد وطبيعتها: (حجم الأعداد من حيث عدد الأرقام والرموز الحاضرة في العدد، طبيعة الأعداد: طبيعية، عشرية، جذرية، لاجذرية...)؛
  - الشكل الهندسي: (الصورة: نوعية الصورة، طبيعة الشكل: مربع، دائرة، فلكة، مجموعة أشكال...، موقع الشكل: درجة الميلان...).
- متغيرات مرتبطة بتدبير الوضعية:

المتغير الديداكتيكي II

- صياغة المسألة؛
- شكل العمل: فردي، زمر أو جماعي...

الحقل المفاهيمي I

من منظور فيرنيو ([..-G. Vergnaud [1933) فإن الدراسة المثمرة للديداكتيك واكتساب مفهوم معين، تستدعي تقسيم المعرفة إلى مجالات أكبر، حيث كتب: "إنه من غير المعقول دراسة إكتساب الضرب، القسمة، الكسور، التناسب، الأعداد الجذرية، الدوال الخطية و"الخطية بالنسبة لكل متغير"، الفضاءات المتجهية والتحليل البعدي، بشكل منفصل لأن العلاقات التي يواجهها التلاميذ في مسائل الضرب والقسمة تتدخل في كل هذه المفاهيم".

"Il serait pas raisonnable d'étudier séparément l'acquisition de la multiplication, de la division, des fractions, rapports, nombres rationnels, des fonctions linéaires et multilinéaires, des espaces vectoriels et de l'analyse dimensionnelle, car les relations rencontrées par les élèves dans des problèmes de multiplication et de division participent de tous ces concepts."

هذا التداخل بين المفاهيم و طول مدة تطور البنيات الوراثية (psychogénétique) لدى التلميذ دفعت بفيرنيو (G. Vergnaud) إلى إدخال مفهوم الحقل المفاهيمي، والذي عرفه بما يلي: "الحقل المفاهيمي هو فضاء مسائل أو وضعيات مسائل، تؤدي إلى إنتاج مفاهيم وإجراءات متنوعة مترابطة

الحقل المفاهيمي *II*

فيما بينها". ولتعليل هذا الاختيار، قام فيرنيو بدراسة مثالين أساسيين متمثلين في البنيات الجمعية (Strucures additives) والبنيات الجدائية (Structures multiplicatives).

الوضعية الديداكتيكية I

أسس بروسو (G. Brousseau) نظرية الوضعيات الديداكتيكية التي تسمح مسبقا بجرد السلوكات المرئية، وفيما بعد تأويل هذه السلوكات وتحليلها. وسنتطرق في هذا الفصل إلى تعريف الوضعيات الديداكتيكية من منظور البيداغوجيات الحديثة، مواصفاتها وطرق تدبيرها مرتكزين في ذلك على أعمال بروسو [18, 19].

حسب بروسو (G. Brousseau)، فإن **الوضعية الديداكتيكية** هي مجموعة الشروط والعلاقات التفاعلية التي تربط بين متعلم أو جماعة من المتعلمين ومحيط ونظام تربوي يضم الأستاذ والمعرفة المراد اكتسابها. وتخضع في إعدادها وتخطيطها وتدبيرها لمجموعة من الشروط والضوابط سيتم التطرق إليها فيما بعد.

أما **الوضعية المسألة** فهي وضعية ديدايكتيكية تطرح مشكلة مصاغة في نص يتضمن معطيات وأسئلة لا يستطيع المتعلمون حلها بمجرد التكرار أو التطبيق لمعارف سابقة لكنها تسمح بتلمس

الوضعية الديداكتيكية II

أولي للحلول ومبادرات وقرارات تحثهم على الإنخراط في المنافسة والتفاوض الجماعي من أجل الوصول إلى الحل.

ويمكن حصر مميزات الوضعية المسألة في النقط التالية:

- أنها مرتبطة بكفاية معينة ،
- أنها ذات دلالة أي ذات معنى بالنسبة إلى المتعلم (من واقع المتعلم مثلا)،
- أنها تثير التساؤل لدى المتعلم،
- أنها مميزة بعدم الإفصاح عن الموارد المقرر توظيفها في حلها،
- أنها جديدة للمتعلم، وإلا اعتبرت استرجاعا لما تم تعلمه سابقا.

وتهدف الوضعية المسألة إلى:

- تنمية قدرة التلميذ على مواجهة وضعيات جديدة،
- وعي التلميذ بقوة معارفه ولو كانت بسيطة،

الوضعية الديداكتيكية III

◁ تنمية قدرات التعليل عند التلميذ من خلال فقرات التبادل والحوار،
◁ تعويد كل تلميذ على الإشتغال فرديا، بالقيام بالمحاولات الأولية لإيجاد سبل للحل، ◁ تعويد التلميذ على تسجيل النتائج وتداولها، وعرضها للنقاش وللانتقادات،
◁ حث التلميذ على التعاون المثمر،
◁ الدفع بالتلميذ إلى الثقة بالنفس والتعبير بكل حرية.

لماذا الوضعية المسألة؟

امتلاك الرغبة في التعلم والإرادة في المعرفة اللتين تجعلان المتعلم يتخرط في التعلم ويتحمل أعباءه. وأهم إجراء لإثارة الرغبة هو تحويل المعرفة إلى لغز، وعليه فإنه على المدرس أن يوقظ هذه الرغبة عن طريق تلغيز المعرفة أي عن طريق تصور وضعيات صعبة وقابلة للتجاوز وترفع من احتمال حدوث التعلم الذي لا يتحقق إلا بإزاحة العوائق أثناء إنجاز المهمة.

التعلم بالوضعيةالمسألة I

عرف بروسو (G. Brousseau) العلاقات التربوية، عند دراسته لنظرية الوضعيات، على أنها مختلف التفاعلات بين المتدخلين في وضعية التعليم-التعلم. وتلك العلاقات تكمن في علاقة تلميذ/معرفة، معرفة/أستاذ ثم أستاذ/ تلميذ، وهته العلاقات تكون ما يسمى بالمثلث الديداكتيكي.
تبرز الوضعية المسألة في المثلث الديداكتيكي بين التلميذ والمعرفة حيث يتم اكتساب واكساب المعرفة للمتعلم عن طريق وضعيات مسائل وفي تفاعل مع محيطه.

وضع بروسو نسقا من وضعيات ديداكتيكية (نظرية الوضعيات الديداكتيكية) كان الهدف منها وضع إستراتيجية للتعلم تمكن المتعلمين من بناء معارف رياضية يكون لها معنى عندهم، وتتمثل هذه الإستراتيجية في مجموعة وضعيات أو مراحل يتفاعل فيها التلميذ مع الوضعية المسألة المقدمة حيث ينتقل من مرحلة الفعل إلى مرحلة الصياغة فمرحلة المصادقة ثم مرحلة المأسسة وفقا للتسلسل التالي :

II التعلم بالوضعيةالمسألة

- جدلية الفعل **(Dialectique de l'action)**

يواجه التلميذ وضعية يسميها " مرحلة الفعل" بحيث:

◁ تطرح وضعية مسألة يتمثل حلها في بناء المعرفة الرياضية المستهدفة؛

◁ يؤثر المتعلم في الوضعية ويتأثر بها (تفاعل متبادل)؛

◁ يواجه المتعلم الوضعية ولديه نماذج معرفية (مكتسبات ومعلومات سابقة) تتيح له التفاعل معها من خلال تبادل للمعلومات بينه وبينها.

إن أفضل مرحلة للفعل هي تلك التي تسمح له بتقييم نتائج أفعاله وتساعده على ضبطها دون مساعدة خارجية بواسطة تغذية راجعة بينه وبينها حيث يلعب سلوك المحاولة والخطإ دورا فعالا في تلقي المتعلم للمعلومات الراجعة كجزاء أو دعم لعملية الفعل مما يجعله يتخلى عن نموذجه المعرفي أو يطوره ليخلق منه نموذجا آخر يقبل التكيف مع هذه الوضعية.

التعلم بالوضعيةالمسألة III

ومن نتائج هذه المرحلة هو إقامة حوار حقيقي ضمني بين المتعلم والوضعية والذي يؤدي إلى خلق نموذج معرفي ضمني وهو عبارة عن ردود أفعال لم يصل المتعلم بعد إلى صياغتها وتنظيمها في شكل نظريـات.

- جدلية الصياغة **(Dialectique de la formulation)**

في هذه المرحلة يتلقى المتعلم معلومات وأنواعا من الجزاء عن الوضعية التي يتفاعل معها، ولكي يتمكن من التصريح بنموذجه الضمني ويكون له معنى لديه تجده يبحث عن صياغة رياضية (شفاهية أو كتابية) يوصل بها ذلك النموذج إلى مستقبل آخر (متعلم أو فريق العمل أو جماعة القسم)، هذا الأخير عند تلقيه الرسالة (النموذج المعرفي المقترح) قد يرفضها أو يقبلها كليا أو جزئيا، ولن يتأتى ذلك إلا إذا توفرت لكل من المرسل والمستقبل قناة وشفرة موحدتين للتواصـل.
وكنتيجة لهذه المرحلة، يتم خلق نموذج صريح وموحد متفق عليه تتم صياغته برموز ومصطلحات رياضياتية في شكل قواعد جديدة أو قديمة معروفة.

IV التعلم بالوضعيةالمسألة

- **جدلية المصادقة (Dialectique de la validation)**

أثناء مرحلة الصياغة يتم بناء الرسالة الرياضية وفق قواعد ضمنية غير صريحة بين كل من المرسل والمستقبل. غير أن هذه المرحلة تهدف إلى التصريح بهذه القواعد وتحديد الاصطلاحات وتقديم الدليل على صدق وصلاحية الكتابات الرياضية المصرح بها.
إن صدق وصلاحية النتائج المعبر عنها في هذه المرحلة من طرف المتعلم (المرسل) مرتبطة بالمستقبل (جماعة القسم) الذي قد يراها خاطئة فيرفضها بشكل جزئي أو كلي، كما قد يطلب برهانا على صدقها وصلاحيتها، فعلى المتعلم (المرسل) أن يعطي الدليل أو البرهان على صدق وصحة هذه النتائج عن طريق المواجهة، مواجهة الآخر (المستقبل) وإقناعه بنموذجه الضمني، هذا الأخير قد يقبل هذا النموذج وقد يرفضه، كما قد يقترح تعديلات تجعل منه نموذجا صحيحا وصادقا إلى أن يتم التوصل في النهاية إلى قضايا تصبح قواعد عامة أو مبرهنات يتم الاتفاق عليها لتصبح بدورها أدوات تستثمر للتحقق من صدق وصلاحية نماذج معرفية أخرى.

التعلم بالوضعيةالمسألة V

- جدلية المأسسة **(Dialectique de l'institutionnalisation)**

بعد البناء والمصادقة تصبح المعرفة الرياضية الجديدة إرثا جماعيا لكل التلاميذ، ويمكن استعمالها في وضعيات أخرى. إن دور وتدخل الأستاذ في هذه المرحلة يعتبر أساسيا، فهو الذي يعطي للمعرفة الجديدة طابعا ثقافيا واجتماعيا ويدمجها ضمن منظومة بنية المعارف.

التدريس بالوضعية المسألة I

من أجل تدريس فعال بالوضعية المسألة يجب على الأستاذ أن يراعي العناصر التالية:

- ◁ تحضير نص الوضعية، المنتوج المنتظر، ظروف العمل، تخطيط دقيق للتعليمات والتساؤلات الواجب تقديمها للمتعلمين؛
- ◁ تقدير جيد لعمل المجموعات وذلك بضبط النشاط الأساسي للوضعية؛
- ◁ تشجيع المتعلمين على التفكير في تطوير مكتسباتهم المعرفية والمنهجية (أي على المستوى المعرفي)؛
- ◁ تشجيع المتعلمين على عادة الرجوع إلى تركيب مكتسباتهم القبلية في ضوء ملاحظات المدرس وكذلك باعتبار المعارف الرياضية الواردة في المقرر الدراسي.

ومن أجل استثمار جيد للوضعية المسألة وجعلها أداة لبناء المعرفة فإنه من الضروري مراعاة ما يلي:

- ◁ تحليل قبلي للوضعية المسألة؛
- ◁ تدبير الوضعية داخل الفصل؛
- ◁ التقويم؛
- ◁ التحليل البعدي.

التدريس بالوضعية المسألة *II*

إن أجرأة هذا التصور يتطلب من الأستاذ استحضار المنهجية التي سيتم من خلالها تنزيل الوضعية المسألة، وبالتالي فهو مطالب بتصور حول طريقة تدبير هذه الوضعية داخل الفصل ومن أجل مساعدته فإنه من الأنسب اعتماد ما يلي:

◁ تقديم المشكل: يمكن تقديم المسألة شفويا أو كتابيا أو باستخدام وسائل ديداكتيكية تساعد التلاميذ على تمثل المسألة؛

◁ زمن البحث: من المفيد أن يواجه في البداية، كل تلميذ الوضعية المسألة بمفرده لمدة قصيرة نسبيا، وهذه المرحلة تشكل نواة الإشتغال في زمر لاقتراح الحل الموحد فيما بعد. هذا دون أن ننسى الإشارة إلى أن الأستاذ له الحرية في اختيار طريقة العمل (في زمر، فردي ثم في زمر أو فردي) حسب ما تمليه طبيعة الوضعية والظروف؛

◁ تقاسم ومناقشة ومصادقة: يتعرف الأستاذ على أعمال كل المجموعات، إذ يقدم المنسقون من التلاميذ النتائج المحصل عليها، ويتم تحديد دور المتدخلين من المنسقين عن كل مجموعة. وبعد المناقشة

التدريس بالوضعية المسألة III

والتحليل من الأفضل أن تتم المصادقة على النتائج بواسطة التحقق من صلاحية هذه الحلول عبر مراقبة المحتوى الحقيقي من طرف المتعلمين أنفسهم؛

◁ خلاصة: يختتم حل الوضعية المسألة بمبادلات بين الأستاذ والتلاميذ، وبتثمين القيم الإيجابية، ودحض السلبيات، وترسيخ التصرفات الأساسية الناجعة، التي يمكن إعادة استثمارها لاحقا؛

◁ الامتدادات: قد نجد من بين المجموعات من لم تستطع إنهاء عملها في الوقت المحدد، ومع ذلك، لضمان الاستمرار والتقدم في العمل، يضطر الأستاذ للقفز عن هذا البحث إلى المرحلة الموالية، مع اقتراح أنشطة مماثلة لحل مسألة مكافئة لهاته في وقت لاحق.

ويجب على الأستاذ أن يكون على دراية بأنه أثناء حصة حل وضعية مسألة، لا يقدم أي مساعدة حاسمة للحل، وهذا لايعني غيابه عن النشاط، فهو يتابع الأعمال الفردية عن كثب، ويسجل ويلاحظ المحاولات المتعثرة والصائبة، وهذا يساعده على اتخاذ بعض الإجراءات المتعلقة بتقاسم وسطي، لتقديم ومناقشة بعض الاختيارات الأكثر أهمية لاستثمارها جماعيا.

التدريس بالوضعية المسألة IV

لقد أجمع العديد من الباحثين على أن الحل الأنسب لتدريس الرياضيات هو التدريس بحل المسائل، غير أن هذا الاختيار تعترضه العديد من العوائق نجملها فيما يلي:

- غياب وثائق تتضمن وضعيات مسائل؛
- عائق الوقت؛
- اكتظاظ الأقسام؛
- المقرر (طوله، تنظيم المحتويات، ...)؛
- عدم كفاية الوسائل التعليمية كالموارد الرقمية ووسائل التكنولوجيا الحديثة؛
- ضعف التكوين المستمر للأساتذة؛
- عدم مواكبة المناهج للتدريس بمقاربة الكفايات؛

جدلية الأداة / الموضوع وتغيير الإطار I

يعمل الباحث في الرياضيات، عند معالجة وضعيات وإشكاليات رياضية، على خلق مفاهيم جديدة يتم تبريرها وتقييمها بأدوات رياضية، ومن أجل مأسستها وضمها إلى المنظومة المعرفية، يصبح من الضروري إيجاد أفضل الصيغ الممكنة لعزل هذه الأدوات عن سياق نشأتها.
وهكذا يصبح المفهوم الجديد كائنا رياضيا يمكن إعادة تعبئته وتوظيفه كأداة للحل في مجالات أخرى، وقد يتطلب حل الوضعية من الباحث تغيير الإطار المعتمد (مثلا من الجبري إلى الهندسي أو العكس).
هذا التناوب بين الأدوار (كائن - أداة)، (جبري - هندسي) هو ما تطلق عليه الباحثة الفرنسية رجين دوادي (R. Douady) في [28]، صيغة جدلية أداة - كائن ولعبة تغيير الإطار.
قامت دوادي (R. Douady) بإسقاط دراستها على التلميذ واعتبرت القسم كمجتمع مصغر من الباحثين، لذلك فإنه عندما يواجه التلميذ مسألة رياضية لم يسبق له أن تعامل مع مثلها، فإنه يقوم باستثمار مجموعة من المعارف الرياضية السابقة، والتي تكون غير كافية لحل الوضعية المسألة، التي يقوم فيها بدراسة مفهوم رياضي جديد (الموضوع)، وهنا يلعب دور الباحث الصغير.

جدلية الأداة / الموضوع وتغيير الإطار *II*

في هذه الوضعية اقترحت دوادي (R. Douady) هيكلة تنظيمية جديدة للعملية التعليمية - التعلمية ،مبنية على ثلاثة محاور:

- جدلية أداة - موضوع؛
- جدلية قديم - جديد؛
- لعبة الإطارات (Jeux de cadres) .

لتطبيق جدلية أداة-موضوع يجب أن تتوفر في المسألة عدة شروط:

- نص المسألة يحمل معنى بالنسبة للتلميذ؛
- قدرة التلميذ على الانخراط في عملية البحث عن حل؛
- عدم تمكن التلميذ من الحل مباشرة بالاعتماد على مكتسباته فقط؛
- ضرورة تمكن التلميذ من أن يقرر هل حله ملائم أم لا من خلال الوضعية؛
- المعرفة التي نريد تعليمها هي الأكثر ملاءمة لحل المسألة.

جدلية الأداة / الموضوع وتغيير الإطار III

يتم الإعلان إذن عن المعرفة الجديدة وقد نزع عنها كل ما يحيل على سياق النشأة أوعلى شخصية الباحث. فعادة ما تدمج هذه المعرفة في منظومة معرفية موجودة سابقا بحيث يصبح بإمكانها تغيير الهندسة العامة لهذه الأخيرة. وهكذا تصبح المعارف الجديدة في وضعية الكائن.
يعرف الكائن رياضيا باستقلال تام عن مجالات الاستعمال والتوظيف. وتمكن وضعية الكائن من رسملة المعرفة وتوسيع المنظومة المعرفية، كما تمكن أيضا من إعادة استثماره في مجالات جديدة وبعيدة كل البعد عن المجال الأصلي. ومن أجل ضرورات البحث، أي حل المسائل، يبتكر الباحثون في بعض الأحيان كائنات رياضية يكون الهدف منها ترتيب الأفكار والمعارف أو تعميم النتائج أو توحيد المسائل التي تحل عن طريق مفاهيم من نفس المجال كالجبر مثلا أو لأجل ضرورات العرض.
أما الموضوع فيقصد به أن الكائن الرياضي أو المفهوم الرياضي يتخذ صفة موضوع عندما يكون هو موضوع الدراسة. بطريقة أخرى هو المفهوم الجديد الذي سنقوم بتقديمه من خلال الوضعية التعليمية - التعلمية التي نحن بصدد القيام بها.

جدلية الأداة / الموضوع وتغيير الإطار *IV*

وفيما يخص الأداة فإن المفهوم يكون في وضعية أداة عندما نكون في حاجة لاستعماله لحل مسألة، ونقول إن الأداة ملائمة إذا تمكنا من توظيفها في حل مسألة بفعالية وإذا كان من الضروري استعمالها لحل المسألة وقد نحتاج في مسألة ما أداوت مختلفة لحلها.

مثال: لحل معادلة من الدرجة الثانية في مجموعة الأعداد الحقيقية يمكن استعمال المحددة (الأداة) بفعالية.
ولا بد أن نفصل بين نوعين من "الأداة". فهناك الأداة الضمنية (implicite) حيث أنه في إطار العقد الديداكتيكي مع الأستاذ يجد التلميذ نفسه في مواجهة مسائل رياضية عليه حلها، ويوظف لأجل ذلك تمثلاته الخاصة ومفاهيم وتقنيات يحسن استعمالها دون أن يستطيع تبريرها ودون أن يعرف شروط وحدود توظيفها. فإذا لاحظنا الفرضيات المبررة للتقنيات التي استعملها التلميذ وبالتالي للقرارات التي اتخذها مستوفاة، فإننا نقول إنه استعمل أدوات ضمنية. مثال: للبرهنة على وجود مربع

جدلية الأداة / الموضوع وتغيير الإطار V

مساحته $\sqrt[3]{4}$ ، فإننا نستعمل اتصال الدالة $x \mapsto \sqrt[3]{x}$ على المجال $[0, +\infty[$ ومبرهنة القيم الوسيطية بشكل ضمني.

مثال: في سياق البحث عن حلول للمعادلة من الدرجة الثالثة وذات معاملات حقيقية، ظهرت الحاجة إلى حساب جدور مربعة لأعداد سالبة (سوف نتطرق لهذا في المثال 1)، هذه الجذور استطاعت أن تأخذ مشروعيتها من صحة الحلول التي تمكن من إيجادها. في هذه الحالة فإن هذه الجذور تكون أداة ضمنية لحل المسألة.

أما النوع الثاني من الأداة فهو ما يصطلح عليه بالأداة الصريحة (explicite)، حيث إذا كان في مقدور التلميذ صياغة المفاهيم المستعملة وتبرير توظيفها، فإننا نقول أنه استعمل أدوات صريحة (استعمال بشكل فعلي).

مثال: استعمال المتطابقات الهامة في التعميل.

جدلية الأداة / الموضوع وتغيير الإطار VI

خلاصة : عندما يقترح المدرس مسألة على المتعلمين، فإننا نعني بجدلية الأداة - الموضوع، المسلسل المكون من ست مراحل التالية:

المرحلة 1 : القديـم

في هذه المرحلة يعبأ التلميذ عدة مفاهيم رياضية كأدوات معلنة لحل المسألة جزئيا على الأقل، حيث يتبنى المتعلم هذه المسألة و ينخرط في عملية البحث.

المرحلة 2 : البحث

غير أن صعوبة حل المسألة تدفع التلميذ إلى البحث عن وسائل جديدة ملائمة للحل، ويمكن هنا لعملية تغيير الإطار أن تساعد على توظيف أدوات ضمنية.

المرحلة 3 :الصـــياغة

بعض العناصر التي استعملها المتعلم في المرحلة الأولى والثانية تكون قد لعبت دورا حاسما في المرحلة الثالثة، حيث سيتبناها المتعلم ويقوم بصياغتها، ويمكن أن يتعلق الأمر بقناعات كانت موضوع نقاش

جدلية الأداة / الموضوع وتغيير الإطار VII

وأدت إلى إنتاج صياغات مبررة، كما يتعلق الأمر هنا بأدوات جديدة معلنة يمكن إعادة استعمالها والتعود عليها. غير أن ما يميز هذه المرحلة هو أن أعمال المتعلمين وكذا اقتراحاتهم تكون محط نقاش جماعي.

المرحلة 4 : المأسسة

في هذه المرحلة يعرض المدرس المعارف الجديدة حيث ينظم ويهيكل التعاريف والمبرهنات والبراهين مع تنظيم ما هو أساسي وما هو ثانوي، ومن مسؤوليته إسناد وضع الكائن (statut d'objet) للمفاهيم الجديدة التي استعملت كأدوات لحل المسألة. كما أن الهيكلة الشخصية من طرف التلميذ تعتبر من الأهمية بمكان لكي تكون هناك معرفة فعلية، من أجل ذلك يحتاج إلى أن يختبر هذه المعارف التي يظن أنه اكتسبها بنفسه، ويقف على حصيلة تعلمه.

المرحلة 5 : الإستئناس و إعادة الاستثمار

جدلية الأداة / الموضوع وتغيير الإطار VIII

سيكون على التلاميذ حل مسائل متنوعة تستدعي المعرفة الممأسسة (institutionnalisée)، وبالتالي سيعملون على تنمية وتطوير عاداتهم وخبراتهم، كما سيعملون على دمج معارفهم الاجتماعية ومواجهتها بمعارفهم الخاصة، وعلى تنمية تصوراتهم بشكل يسمح لهم بالتعامل مع حقل أوسع من المسائل.

المرحلة 6 : الانفتاح على مسائل جديدة
خلال هذه المرحلة يقترح الأستاذ على التلاميذ مسألة أكثر تعقيدا حيث سيلعب الكائن، موضوع الدرس، دور "القديم المعلن" من أجل الشروع في دورة جديدة لجدلية الأداة - الكائن/الموضوع.

أداة $\Longleftrightarrow$ كائن رياضي/موضوع $\Longleftrightarrow$ أداة

مثال: بناء الدالة الأسية باستعمال الدالة اللوغاريتمية.

تغيير الإطار I

يتكون إطار ما من مجموعة كائنات رياضية وصيغها المتنوعة التي تنتمي كلها إلى فرع واحد من فروع الرياضيات وكذلك العلاقات التي تجمع بين هذه الكائنات، ومختلف الصور الذهنية التي ترتبط بهذه الأخيرة وعلاقاتها.

أما تغيير الإطار في الرياضيات فهو وسيلة للحصول على تركيبات مختلفة لمشكلة ما، تسمح لنا بالوصول إلى تحديات جديدة نستعمل في حلها أدوات جديدة والتي لا توجد في الصياغة الأولى (الإنتقال من الإطار العددي إلى الهندسي، أو من الإطار العددي إلى الإطار المبياني). وفي هذه الحالة يقوم التلاميذ بالبحث عن حل للوضعية المسألة وذلك عبر تحويل المسألة أو جزء منها من إطار إلى آخر. غير أن استعمال هذه التقنية يخلق عدة مشاكل لدى التلميذ بسبب رياضي أو بسبب المعرفة غيرالكافية لدى التلميذ مما يعتبر مصدرا للاتوازن لدى التلميذ.

ويتم عادة تغيير الإطار عبر المراحل التالية:

تغيير الإطار II

◁ مرحلة النقل والتأويل : تكون المسألة المقترحة على التلاميذ مصاغة في إطار معين (جبري، هندسي، تحليلي...)، وآخذة بعين الاعتبار لمعارفهم وتجاربهم وعاداتهم. ستقودهم دراسة المسألة المقترحة إلى ترجمة نص المسألة أو جزء منه إلى إطار آخر، ثم القيام بتأويل عدد من الأسئلة وبذلك سيعملون على إقامة عدد من التقابلات أو الترابطات بين الإطارات.

◁ مرحلة التقابلات الناقصة : إن التقابلات التي نسجها التلاميذ بين مختلف الإطارات تظل ناقصة في هذه المرحلة وذلك لأسباب إما رياضية محضة، أو لعدم كفاية معارفهم، فتصبح الوضعية المقترحة مولدة لحالة اللاتوازن المعرفي وتسمح بإعادة هيكلة المعارف.

◁ مرحلة تحسين التقابلات وتقدم المعرفة : إن إقامة تواصل/حوار مناسب بين الإطارات ستشكل عاملا أساسيا في حصول حالة التوازن، كما أن التفاعل ما بين هذه الإطارات يسمح بتقدم وتنمية المعارف المنتمية لكل منها.

المراجع I

- N. Arsenault et autres, *Gestion d'une classe, communauté d'apprentissage*, Phase 3 du projet de recherche, Partenariat PROTIC-FCAR-TACT, (2001). http://www.Pz.harvard.edu/PIs/HG.htm
- M. Artigue, *Epistémologie et didactique*, Recherches didactique des Mathématiques, Vol. **10** (23), (1990), p. 241-286, Université Paris 7.
- J. P. Astolfi, *Quelques logiques de construction d'une séquence d'apprentissage en sciences*, ASTER, Vol. **13**, (1991), p. 157-186.
- J. P. Astolfi, B. Peterfalvi et A. Vérin, *Compétences méthodologiques en sciences expérimentales*, INRP, Paris, (1991).
- J-P. Astolfi et M. Develay, *La didactique des sciences*, QSJ, Vol. **2448**, Ed. PUF, Paris, (1989).

المراجع II

- G. Bachelard, *La formation de l'esprit scientifique*, Paris, Librairie J. Vrin, (1938).
- J. M. Barbier, *L'évaluation en formation*, PUF, Paris, (1985).
- E. Barbin, *La démonstration mathématique : significations épistémologiques et questions didactiques*, Bulletin APMEP, Vol. **366**, (1988).
- R. Bibeau, *Guide de rédaction et de présentation d'un scénario pédagogique et d'une activité d'apprentissage*, Le portail des TIC. `http://ntic.org/guider/textes/div/bibscenario.html`, (dernière consultation 15/02/2017).
- A. Bonboir, *La docimologie*, PUF, Coll. "L'Éducateur", Paris, (1972).
- A. Bouvier, *La mestification mathématiques*, Herman, (1981).

المراجع III

- A. Bouvier, *Didactiques des mathématiques, le dire et le faire*, Cedic/Nathan, Paris, (1986).
- C. Brassard and A. Daele, *Un outil pour concevoir un scénario pédagogique intégrant les TIC*, Environnements informatiques pour l'apprentissage humain, Strasbourg, (2003).
- G. Brousseau, *La problématique et l'enseignement des mathématiques*, XXVIIIème Rencontre de la CIEAEM, Louvain la Neuve, (1976).
- G. Brousseau, *Problèmes de didactiques des décimaux*, R.D.M, Vol. **2** (1), (1981).
- G. Brousseau, *Les obstacles épistémologiques et les problèmes en Mathématiques*, Recherches en didactique des Mathématiques, Vol. **4** (2),(1983), p. 164-198.

IV المراجع

- G. Brousseau, *Les obstacles épistémologiques et la didactique des mathématiques*, Communication au colloque international : Construction des savoirs-obstacles et conflis, Montréal, (1986).
- G. Brousseau, *Théorisation des phénomèmes d'enseignement des mathématiques*, Thèse d'Etat, Université de Bordeaux I, (1986).
- G. Brousseau, *Theory of didactical situations in Mathematic*, Didactique des mathématiques 1970-1990, Mathematics education library, Kluwer academic publishers, New York/Boston/Dordrechet/London/Moscou, (2002).
- M. Camille, *Approche didactique des apprentissages*, E. Robert, Lyon, (1987).
- J. Cardinet, *Evaluation scolaire et mesure*, Bruxelles De Boeck, (1986).

المراجع V

- Y. Chevallard et M. A. Johsua, *Un exemple d'analyse de la transposition didactique : la notion de distance*, Recherche en didactique des mathématique, Vol. **3** (2), (1982), p. 157-239.
- Y. Chevallard, *Le concept de rapport au savoir. Rapport personel, rapport institutionnel, rapport officiel*, Actes de séminaire de didactique des Mathématiques et de l'informatique, Université de Grenoble I, (1989).
- Y. Chevallard, *La transposition didactique - Du savoir savant au savoir enseigné*, La pensée sauvage, deuxième édition, Grenoble, (1991).
- Y. Chevallard, *Concepts fondamentaux de la didactique : perspective apportée par une approche anthropologique*, Recherche en didactique des mathématique, Vol. **12** (1), (1992), p. 73-112.

VI المراجع

- B. Cornu, *Apprentissage de la notion de limite : Conceptions et Obstacles*, Thèse de 3-ème cycle, Université de Grenoble I, (1983).
- R. Douady, *La didactique des mathematiques à l'heure actuelle*, I.R.E.M, Vol. **6**, Paris VIII, (1986).
- R. Douady, *Dialectique outil-objet, jeux des cadres*, Recherches en Didactique des Mathématiques, Vol. **7** (2), (1986).
- W. Doise et G. Mugny, *Le développement social de l'intélegence*, Inter-Editions, (1981).
- A. Duroux, La valeur absolue : difficultés majeures pour une notion mineure, Petit x, Vol. **3**, (1983).
- Euclide, *Les éléments*, Traduction et commentaires de B. Vitrac, Paris, (Presses Universitaires de France), 1990-1994.

VII المراجع

- J. Fijalkow et T. Nault, *Introduction. La gestion de la classe : d'hier à demain*, Revue des sciences de l'éducation, Vol. **25** (3), (1999), p. 451-466.
- R. M. Gagné, *Les principes fondamentaux de l'apprentissage*, Trad. R. Brien et R. Paquin, H. R. W., Montréal, (1976).
- G. Glaeser, *Epistémologie des nombres relatifs*, Recherches en Didactique des Mathématiques, Vol. **2** (3), (1986), p. 303-346.
- P. Glaister, *Fibonacci numbers - finite and infinite series*, International Journal of Mathematical Education in Science and Technology, Vol. **27** (3), (1996), p. 429-441.
- N. Herscovics, *The understanding of some algebraic concepts at the secondary level*, Proceding of the third conference of PME, Tall, D. (éd) Warwick, (1979).

المراجع VIII

- J. Hiebert, *Signposts for teching mathematics through problem-solving*, Prekin der garten - Grade 6, Reston, (2003).
- D. Huinker and J. L. Freckmann, *Focusing conservations to promote teacher thinking*, Teaching Children Mathematics, Vol. **10** (7), (2004), p. 352-357
- L. Lafortune et B. Massé, *Chères mathématiques, susciter l'expression des émotions en mathématiques*, Presses de l'université de Québec, (2002).
- L. Lafortune et autres, *Conceptions, croyances et représentations en maths, sciences et technos*, Presses de l'université de Québec, (2003).
- G. et V. de Landsheere, *Les objectifs de l'éducation*, PUF, Paris, (1976).

IX المراجع

- G. de Landsheere, *Dictionnaire de l'évaluation et de la recherche en éducation*, P. U. F. Paris, (1979).
- H. Lebesgue, *La mesure des grandeurs*, A. Blanchard, (1975).
- S. Libeskind, *A problem solving approach to teaching mathematics*, Educational studies in mathematics, Vol. **8**, (1977), p. 167-179.
- R. F. Mager, *Comment mesurer les résultats de l' enseignement*, Bordas, Paris, (1986).
- Ph. Meirieu, *Apprendre ...oui, mais comment ?*, ESF, 3 éd, Augmentée d'un guide méthodologique, Paris, (1988).
- B. Massé et L. Lafortune, *Chères mathématiques, susciter l'expression des émotions en mathématiques*, Presses de l'université de Québec, (2002).

المراجع X

- J. Piaget, *les relations entre l'intlligence et l'affectivité dans le développement de l'enfant*, Fondation Jean Piaget, Centre de documentations universitaire, Paris, (1954).
- J. Piaget, *L'équilibration des structures cognitives, problème central du développement, études d'épistémologie génétique*, PUF, Vol. **33**, Paris (1975).
- H. Pieron, *Examen et docimologie*, PUF, Paris, (1969).
- G. Polya, *La découverte des mathématiques, les modèles une méthode générale*, Dunod, Paris, (1967).
- G. Ricco, G. Vergnaud and A. Rouchier, *Représentation du volume et arithmétisation- entretiens individuels avec les élèves de 11 ans à 15 ans*, RDM, Vol. **4** (1), (1983).

المراجع XI

- J. Rogalsky, R. Samurçay and G. Ricco, *Analyse du prétest/postest sur le vomume*, RDM, Vol. **4** (1), (1983).
- X. Rogers, *L'évaluation des compétences des élèves : enjeux et démarches*, Agence Intergouvernementale de la Francophonie : séminaire de juillet 2003 à Yaoundé.
- G. Vergnaud, *Quelques orientations théoriques et méthodologiques des recherches françaises en didactique des mathématiques*, Acte de congrès PME, Vol. **2**, Grenoble (1981), p. 7-17.
- G. Vergnaud, *L'enfant, la mathématique et la réalité*, Berne, Peter Lang, (1981).
- G. Vergnaud, *Didactique du concept de volume*, Recherches en didactiques des Mathématiques, Vol. **4** (1), (1983), p. 9-25.

XII المراجع

- M. Verret, *Le temps des études*, Paris, Librairie Honoré Champion, (1975).
- L. S. Vygotsky, *Mind in society, The developement of higher psychological processes*, University London, England, Press, (1978).
- IREM de Strasbourg, *Le livre du problème*, Tomes **1** à **6**, Cedic, (1973).
- الميثاق الوطني للتربية والتكوين، المملكة المغربية، (2000).
- الكتاب الأبيض، المملكة المغربية، وزارة التربية الوطنية، (يونيو 2000).
- التوجيهات التربوية والبرامج الخاصة بتدريس مادة الرياضيات بسلك التعليم الثانوي التأهيلي، المملكة المغربية، وزارة التربية الوطنية والتعليم العالي وتكوين الأطر والبحث العلمي، (نونبر 2007).